

به نام خدا

امتحان میان‌ترم اول مکانیک تحلیلی I دانش‌گاه الزهراء - مهرماه ۹۳

مسئله‌ی ۱ الف- با فرض این که ϵ خیلی کوچک باشد عبارت

$$\sin(\theta + \epsilon) - \sin \theta$$

را تا اولین مرتبه‌ی ϵ به دست آورید.

ب- عبارت $\sin 61^\circ - \sin 60^\circ$ تقریباً چه قدر است؟

مسئله‌ی ۲ الف- ذره‌ای به جرم m که در ابتدا ساکن است، تحت تاثیر نیروی

$$\mathbf{F}(t) = F_0 \frac{t}{t + \tau} \mathbf{i}$$

قرار می‌گیرد. F_0 و τ ثابت هستند. سرعت ذره $v(t)$ را به دست آورید.

راه‌نمایی: در انتگرال‌گیری تغییر متغیر $u = t + \tau$ ممکن است به دردتان بخورد.

ب- در زمان‌های اولیه یعنی زمانی که $\epsilon \ll 1$: $\frac{t}{\tau} = \epsilon$ سرعت ذره تقریباً چه قدر است؟

ج- پس از زمان‌های طولانی یعنی زمانی که $\epsilon \ll 1$: $\frac{\tau}{t} = \epsilon$ سرعت ذره تقریباً چه قدر است؟

مسئله‌ی ۳ نیروی مقاومت سیالی روی قایقی را به صورت

$$f = -\alpha v^2$$

بگیرید، که α ثابت و v سرعت ذره است. این قایق را با سرعت اولیه‌ی v_0 پرتاب می‌کنیم. آیا زمانی وجود دارد که پس از آن قایق ساکن شود؟ جابه‌جایی ذره پس از زمان t چه قدر است؟

مسئله‌ی ۴ الف- جسمی به جرم m به فنری با ضریب سختی $k = m\omega_0^2$ وصل

است نیروی مقاومت را متناسب با سرعت جسم و با ضریب $b = 2m\omega_0$ بگیرید. اگر در ابتدا سرعت ذره v_0 و $x = 0$ باشد، یعنی فنر نه کشیده و نه فشرده باشد. مکان جسم $x(t)$ را به دست آورید.

ب- حالا فرض کنید علاوه بر شرایط بالا نیروی خارجی ثابت F_0 هم به ذره وارد می‌شود. مکان جسم $x(t)$ را به دست آورید.

ج- حالا فرض کنید علاوه بر شرایط بند الف نیروی خارجی $F_0 e^{-\omega_0 t}$ هم به ذره وارد می‌شود. مکان جسم $x(t)$ را به دست آورید.

راه‌نمایی:

$$\ln(1 + \epsilon) \approx \epsilon - \frac{\epsilon^2}{2} + \frac{\epsilon^3}{6} + \dots$$